3
अध्याय

दो चरों वाले रैखिक समीकरण युग्म

महत्वपूर्ण बिन्दु

1. रैखिक समीकरण युग्म का व्यापक रूप है

$a_1x + b_1y + c_1 = 0$

$a_2x + b_2y + c_2 = 0$

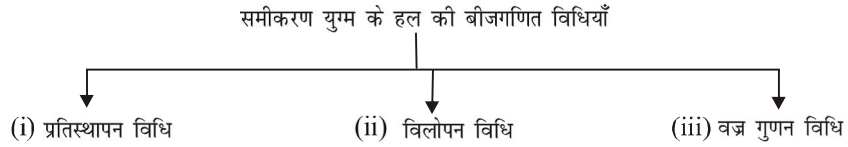
जहाँ a_1 a_2, b_1, b_2 c_1, और c_2 वास्तविक संख्याएँ हैं।

2. दो चर में एक रैखिक समीकरण युग्म दो रेखाएँ निरूपति करता है।

(*i*) यदि रेखाएँ एक बिन्दु पर प्रतिच्छेद करती हैं तो वह बिन्दु दोनों समीकरणों का अद्वितीय हल होता है।

(*ii*) यदि रेखाएँ समान्तर है; तो समीकरण युग्म का कोई हल नहीं होता है। इस स्थिति में समीकरण युग्म असंगत होता है।

(*iii*) यदि रेखाएँ संपाती है; तो उसके अपरिमित रूप से अनेक हल होते हैं। इस स्थिति में समीकरण युग्म संगत होता है।



3. यदि दिए गए रैखिक समीकरण $a_1x + b_1y + c_1 = 0$ और $a_2x + b_2y + c_2 = 0$ एक रैखिक समीकरण युग्म को प्रदर्शित करता है तो

(*i*) $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म संगत होता है (अद्वितीय हल)

(*ii*) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म असंगत होता है (कोई हल नहीं)

(*iii*) $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2} \Rightarrow$ रैखिक समीकरण युग्म आश्रित और संगत होता है (अनेक अनन्त हल)

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि $x = 3m - 1$ तथा $y = 4$, समीकरण $x + y = 6$ का हल हो तो m का मान ज्ञात कीजिए।

2. समीकरण $3x - 2y = 6$ से बनी रेखा तथा y-अक्ष का प्रतिच्छेदो बिन्दु ज्ञात कीजिए।

3. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $2x + py = 8$ और $x + y = 6$ का कोई हल नहीं है।

4. एक मोटर साईकिल वाला $x - y = 2$ के अनुसार चल रहा है। दूसरा मोटर साईकिल वाला $x - y = 4$ के अनुसार चल रहा है उनके चलने की दिशा ज्ञात कीजिए।

5. k का वह मान ज्ञात करो जिसके लिए रैखिक समीकरण युग्म $3x + 2y = -5$ और $x - ky = 2$ का एक अद्वितीय हल हो।

6. यदि $3x - 7y = 10$ हो तो y को x के पदों में व्यक्त करो।

7. यदि $2x + 5y = 4$ एक समीकरण हो, एक अन्य रैखिक समीकरण लिखो ताकि रैखिक समीकरण युग्म संपाती रेखाएँ प्रदर्शित करे।

8. जांच करो क्या रैखिक समीकरण युग्म $x + 2y - 4 = 0$ और $2x + 4y - 12 = 0$ का ग्राफ प्रतिच्छेदी रेखाएँ हैं या समान्तर रेखाएँ है।

9. यदि $3x + 2ky = 2$ तथा $2x + 5y + 1 = 0$ समान्तर रेखाओं के समीकरण हो तो k का मान ज्ञात करो।

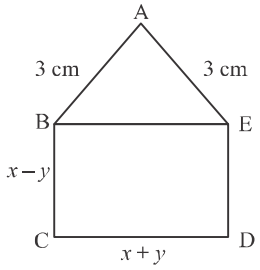
10. $x = 2$ और $y = 3$ का आलेख बनाने पर किस प्रकार की रेखाएँ प्राप्त होगी?

लघु उत्तरीय टाईप 1 प्रश्न

11. एक रैखिक समीकरण युग्म बनाइये–यदि एक भिन्न के अंश व हर का योगफल उसके हर के दुगुने से 3 कम हो। तथा यदि अंश और हर दोनों में से एक घटा दिया जाए तो भिन्न का अंश हर का आधा हो जाता है।

12. p के किस मान के लिए रैखिक समीकरण युग्म $(p + 2)x - (2p + 1)y = 3(2p - 1)$, $2x - 3y = 7$ का एक अद्वितीय हल है।

13. दिए गए चित्रा में यदि पंचभुज ABCDE का परिमाप 21 cm है। BE || CD, तथा BC || DE यदि BC भुजा CD पर लंब है तो x और y का मान ज्ञात करो।



14. x और y के लिए हल करो

$$x-\frac{y}{2}=3 \text{ और } \frac{x}{2}-\frac{2y}{3}=\frac{2}{3}$$

15. x और y के लिए हल करो

$3x + 2y = 11$ और $2x + 3y = 4$

p का मान भी ज्ञात कीजिए यिद $p = 8x + 5y$

16. रैखिक समीकरण युग्म

$$x - 7y + 42 = 0$$
$$x - 3y - 6 = 0$$

को प्रतिस्थापन विधि से हल करो।

17. राम बिन्दु $(1, 4)$ और $(0, 6)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा रहीम बिन्दु $(3, 4)$ और $(1, 0)$ को जोड़ने वाली रेखा पर चल रहा है। ग्राफ द्वारा उपरोक्त को दर्शाइए और बिन्दु के निर्देशांक भी ज्ञात करो जिस पर दोनों एक दुसरे को प्रतिच्छेद करे।

18. दिये हुए रैखिक समीकरण $2x + 3y - 12 = 0$ के लिए दो चर में अन्य रैखिक समीकरण लिखिए कि इस युग्म का ग्राफिय निरूपण ..... है।

(*i*) समान्तर रेखाएँ (*ii*) संपाती रेखाएँ

19. दो संख्याओं का अन्तर 66 है, यदि एक संख्या दूसरी संख्या का 4 गुना हो तो संख्याएँ ज्ञात करो।

20. k के किस मान के लिए दिए गए रैखिक समीकरण युग्म असंगत है

$$kx + 3y = k - 3$$
$$12x + ky = k$$

लघु उत्तरीय प्रश्न टाईप 2

21. रैखिक समीकरण युग्म $5x - y = 5$ और $3x - 2y = -4$ को ग्राफीक विधि से हल करो। उन बिन्दुओं के निर्देशांक भी ज्ञात करो जहां ये रेखाएँ y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती हो।

22. x और y के लिए हल करो

$$\frac{5}{x+y}+\frac{1}{x-y} = 2$$

$$\frac{15}{x+y}-\frac{5}{x-y} = -2$$

23. वज्र गुणन विधि द्वारा हल करो।

$$\frac{x}{a}+\frac{y}{b} = a+b$$

$$\frac{x}{a^2}+\frac{y}{b^2} = 2$$

24. a और b के वह मान ज्ञात करो ताकि रैखिक समीकरण युग्म

$$2x + 3y = 7$$
$$a(x+y) - b(x-y) = 3a+b-2$$

के अनेक अनन्त हल हो।

25. रैखिक समीकरण युग्म को हल करो।

$$152x - 378y = -74$$
$$-378x + 152y = -604$$

26. पिंकी ने एक परीक्षा में 40 अंक अर्जित किए जबकि से सही उत्तर पर 3 अंक मिले और गलत उत्तर पर 1 अंक की कटौती की गई। यदि उसे सही उत्तर पर 4 अंक मिलते और गलत उत्तर पर 2 अंक कटते, तो पिंकी को 40 अंक ही मिलते। परीक्षा में कुल कितने प्रश्न थे?

27. एक दो अंकों की संख्या या तो उसके अंको के योग के 8 गुना में 1 जोड़ने पर प्राप्त होता है या अंकों के अन्तर के 13 गुना में 2 जोड़ने पर प्राप्त होती है संख्या ज्ञात करो।

28. पिता को आयु उसके दो पुत्रों की आयु के योग की तीन गुणा है। 5 वर्ष बाद उसकी आयु अपने दोनों पुत्रों की आयु के योग की दुगुनी होगी। पिता की आयु ज्ञात कीजिए।

29. एक टी. वी. को 5% लाभ तथा फ्रिज को 10% लाभ पर बेचने पर एक दुकानदार को Rs. 2000. का लाभ होता है, यदि वह टी. वी. को 10% लाभ तथा फ्रिज 5% हानि पर बेचे तो उसे Rs. 1500 का लाभ होता है टी. वी. और फ्रिज के वास्तविक मूल्य ज्ञात करो।

30. सुनीता के पास Rs. 50 और Rs. 100 के कुछ नोट है जिनका मूल्य Rs. 15,500 है। यदि नोटों की कुल संख्या 200 है। तो सुनीता के पास Rs. 50 तथा Rs. 100 के नोटों की संख्या ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

31. रैखिक समीकरण युग्म $3x-4y+3=0$ और $3x+4y-21=0$ को ग्राफीय विधि से हल करो।

इन रेखाओं तथा x-अक्ष से बने त्रिभुज के निर्देशांक लिखिए। इस त्रिभुज का क्षेत्रफल भी ज्ञात करो।

32. x और y के लिए हल करो।

$$\frac{1}{2(2x+3y)}+\frac{12}{7(3x-2y)}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{7}{(2x+3y)}+\frac{4}{(3x-2y}=2$$

$2x+3y\neq 0$

$3x-2y\neq 0$

33. समीकरण युग्मों को रैखिक समीकरण युग्म में बदलकर हल कीजिए।

$$\frac{3x+2y}{xy}=1 \text{ और } \frac{4x-2y}{xy}=13$$

a का मान भी ज्ञात करो यदि $y=ax-4$ हो।

34. एक व्यक्ति 600 किमी की दूरी पर अपने घर जाने के लिए कुछ दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा कुछ दूरी बस द्वारा तय करता है। यदि वह 120 किमी दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष दूरी बस द्वारा तय करता है तो उसे कुल 8 घंटे का समय लगता है। यदि वह 200 किमी दूरी रेलगाड़ी द्वारा तथा शेष बस द्वारा तय करता है तो उसे पहले से 20 मिनट अधिक समय लगता है। रेलगाड़ी और बस की चाल ज्ञात करो।

35. A तथा B सड़क हाईवे में 150 किमी की दूरी पर हैं। दो कारें A तथा B से एक ही दिशा में एक ही समय पर अलग–अलग गति से चलती हैं तो 15 घंटे बाद मिलती है। यदि वे एक दूसरे की तरफ चलती है तो 1 घंटे बाद मिलती है। दोनों कारों की गति ज्ञात कीजिए।

36. एक नाव धरा के प्रतिकूल 32 किमी जाने तथा धारा के अनुकूल 36 किमी वापिस आने में 7 घंटे का समय लेती है। यदि वह 40 किमी धारा के प्रतिकूल तथा 48 किमी धारा के अनुकूल चले तो उसे 9 घंटे का समय लगता है। नाव की गति शांत जल में तथा धारा की गति ज्ञात कीजिए।

37. किसी भिन्न के अंश और हर का योग अंश के दुगुने से 4 अधिक है। यदि अंश और हर में 3 जोड़ दे उनका अनुपात 2 : 3 होगा। भिन्न ज्ञात करो।

38. राजू एक दिन में 2 प्लास्टिक के थैले और 1 कागज का प्रयोग करता है। इनको खरीदने के लिए उसे Rs. 35 खर्च करने पड़ते हैं। रमेश 3 प्लास्टिक तथा 4 कागज के थैले खरीदने के लिए Rs. 65 खर्च करता है।

(*i*) दोनों थैलों की प्रति थैला मूल्य ज्ञात कीजिए।

39. 8 महिलाएँ और 12 आदमी किसी कार्य को मिलकर 10 दिन में पूरा कर सकते हैं। जबकि 6 महिलाएँ 8 आदमी उसी कार्य को 14 दिन में कर सकते हैं। एक महिला और एक आदमी द्वारा अकेले इस कार्य को करने में कितने दिन लगेंगे?

40. दो व्यक्तियों की आय का अनुपात 3 : 4 है। जबकि उनके खर्चों का अनुपात 5 : 7 है। यदि प्रत्येक Rs. 15,000 वार्षिक बचत करता है। उनकी वार्षिक आय ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

1. $m = 1$

2. $(0, -3)$

3. $p = 2$

4. समान्तर दिशा

5. $k \neq \frac{-2}{3}$

6. $y = \frac{3x - 10}{7}$

7. $4x + 10y = 8$

8. .....

9. $k = \frac{15}{4}$

10. प्रतिच्छेदी रेखाएँ

11. $x - y = -3, 2x - y = 1$

12. $p \neq 4$

13. $x = 5, y = 0$

14. 4, 2

15. $x = 5, y = -2, p = 30$

16. 42, 12

17. (2, 2)

18. (*i*) $4x + 6y + 10 = 0$
(*iii*) $4x + 6y - 24 = 0$

19. 88, 22

20. $k = -6$

21. (2, 5) (0, – 5) और (0, 2)

22. (3, 2)

23. a^2, b^2

24. $a = 5, b = 1$

25. 2, 1

26. 40 प्रश्न

27. 41

28. 45 वर्ष

29. टी. वी. का मूल्य = Rs. 20,000 फ्रिज का मूल्य = Rs. 10,000

30. Rs. 50 के नोट = 90 Rs. 100 के नोट = 110

31. हल (3, 3), निर्देशांक (– 1, 0)
(7, 0) और (3, 3), क्षेत्रफल = 12 वर्ग इकाई

32. (2, 1)

33. $x = \frac{-2}{5}, y = \frac{1}{2}, a = \frac{-45}{4}$

34. 60 किमी / घ, 80 किमी / घ

35. 80 किमी / घ, 70 किमी / घ

36. 10 किमी / घ, 2 किमी / घ

37. $\frac{5}{9}$

38. (*i*) 15, 5,

39. एक महिला = 140 दिन,
एक आदमी = 280 दिन

40. Rs. 90,000, Rs. 1,20,000

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

दो चरों वाले रैखिक समीकरण

समय : 50 मिनट *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. k के किस मान के लिए समीकरण युग्मों का एक अद्वितीय हल है 1

$x + 2y = 3,\ 5x + ky + 7 = 0$

2. क्या बिन्दु $(2, 3)$ रेखा $3x - 2y = 5$ के ग्राफ पर स्थित है? 1

खण्ड–ब

3. a तथा b के मान ज्ञात करो ताकि समीकरण युग्मों $2x - 3y = 7$ और $ax + 3y = b$ के अनेक अनन्त हल हो। 2

4. x और y के लिए हल करो

$0.4x + 0.3y = 1.7$

$0.7x - 0.2y = 0.8$ 2

खण्ड–स

5. वज्र गुणन विधि से हल करो 3

$x + y = a + b$

$ax - by = a^2 - b^2$

6. एक पिता और उसके पुत्र की आयु का योगफल 40 वर्ष है। यदि पिता की आयु पुत्र की आयु का तीन गुना हो तो उनकी आयु ज्ञात कीजिए। 3

खण्ड–द

7. निम्न समीकरण युग्मों को ग्राफिय विधि से हल करो 4

$3x + 5y = 12$ और $3x - 5y = -18$

इन रेखाओं तथा x-अक्ष के बीच घिरे क्षेत्र को छायांकित कीजिए।

8. एक दो अंकों की संख्या तथा अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या का योगफल 99 है। यदि अंकों का स्थान बदलने पर प्राप्त संख्या वास्तविक संख्या से 9 अधिक हो तो संख्या ज्ञात कीजिए। 4

□□□