5
अध्याय

सामांतर श्रेढ़ियाँ

महत्त्वपूर्ण बिन्दुः

1. **अनुक्रम**–संख्याओं का एक समुच्चय जो किसी नियम द्वारा निश्चित क्रम में व्यवस्थित होता है, अनुक्रम कहलाता है।

2. **समान्तर श्रेढ़ी**–एक अनुक्रम जिसमें प्रत्येक पद का अगले पद से निश्चित अंतर होता है, समांतर अनुक्रम या समांतर श्रेढ़ी (स. श्रे. या **A . P.**) कहलाती है। अर्थात–समातंर श्रेढ़ी (स. श्रे. या **A. P.**) एक अनुक्रम $a_1, a_2, a_3, \ldots a_n \ldots$ हैं जहां $a_n - a_{n-1} = \ldots = d$

3. **व्यापक पद**–यदि एक समातंर श्रेढ़ी का प्रथम पद *'a'* तथा सार्व अंतर *'d'* हो तो n वॉ पद (व्यापक पद) निम्नलिखित सूत्र द्वारा प्राप्त होता है–

$$a_n = a + (n-1)d$$

4. समातंर श्रेढ़ी के n पदों का योगफल–

(*i*) $s_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)\,d]$; जहां a = प्रथम पद

d = सार्व अंतर

(*ii*) $s_n = \frac{n}{2}[a + l]$; जहां a = प्रथम पद

l = अंतिम पद

5. (*i*) यदि a_n दिया हो तो सार्व अंतर $(d) = a_n - a_{n-1}$

(*ii*) यदि s_n दिया हो तो $a_n = s_n - s_{n-1}$

(*iii*) यदि *a, b, c,* समांतर श्रेढ़ी के क्रमागत पद हो तो $2b = a + c$

(*iv*) यदि किसी अनुक्रम में x पद हैं, तो इसका अंत से r वां पद प्रारंभ से $(n-r+1)$वां पद।

(*v*) यदि किसी समांतर श्रेढ़ी के m वें तथा n वें पदों में अंतरः

$$(a_m - a_n) = (m-n)d$$

अति लघु उत्तरीय प्रश्न

1. यदि एक स. श्रे. (A.P.) का n वां पद $3x-5$ हो तो इसका 5वां पद क्या होगा?

2. प्रथम 10 सम संख्याओं का योगफल ज्ञात करों।

3. विषय संख्याओं का n वां पद लिखिए।

4. प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योगफल क्या होगा?

5. प्रथम n सम संख्याओं का योग क्या होगा?

6. स0 श्रे0 $-10, -15, -20, -25, ...$ का n वां पद ज्ञात किजिए।

7. स0 श्रे0 $4\frac{1}{9}, 4\frac{2}{9}, 4\frac{1}{3}.....$ का सार्व अंतर ज्ञात किजीए।

8. स0 श्रे0 का सार्व अंतर ज्ञात कीजिए यदि इसका n वां पद $(a_n) = 3n + 7$

9. स0 श्रे0 $4, 9, 14, ..., 254$ के लिए $a_8 - a_4$ का मान क्या होगा?

10. स0 श्रे0 $-10, -12, -14, -16, ...$ के लिए $a_{30} - a_{10}$ का मान क्या होगा?

11. यदि $\frac{1}{x+2}, \frac{1}{x+3}$ और $\frac{1}{x+5}$ किसी स0 श्रेढी के क्रमागत पद हो तो x का मान क्या होगा?

12. $\frac{4}{5}, p, 2$ समातंर श्रेढ़ी में हैं। p का मान ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 1

13. क्या 144 समातंर श्रेढ़ी $3, 7, 11,.....$का एक पद है? अपने उत्तर की पृष्टि कीजिए।

14. स0 श्रे0 $3, 8, 13,.....,253$ का अंत से 20वां पद ज्ञात कीजिए।

15. स0 श्रे0 $5, 15, 25,.....$का कौन–सा पद इसके 31वां पद से 130 अधिक होगा?

16. किसी समांतर श्रेढ़ी का प्रथम पद, सार्व–अंतर और अंतिम पद क्रमशः $12, 6$ और 252 हैं। इसके सभी पदों का योग ज्ञात कीजिए।

17. 15 के प्रथम 8 गुणजों का योग ज्ञात कीजिए।

18. क्या नीचे दी गई स्थितियों में बना अनुक्रम एक समांतर श्रेढ़ी है?

(*i*) कुल 1000 विधार्थियों में से विद्यालय सभागर में बचे विद्यार्थियों की संख्या जबकि वे विद्यालय सभागार को 25 के समूह में छोड़ते हैं।

(*ii*) प्रतिवर्ष खाते में राशि जबकि 100 रुपये प्रतिवर्ष जमा करवाए जाते हैं जिन पर 4% वार्षिक दर चक्रवृद्धि ब्याज संयोजित होता है।

19. 1 से 200 के बीच की सम संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए।

20. यदि $4m + 8, 2m^2 + 3m + 6, 3m^2 + 4m + 4$ एक समांतर श्रेढ़ी के तीन क्रमागत पद हों तो m का मान ज्ञात कीजिए।

21. स0 श्रे0 22, 20, 18,.....के कितने पदों का योग शुन्य है?

22. एक स0 श्रे0 के दसवें पद का दस गुणा इसके बीसवें पद के 20 गुने समान है। इसका 30वां पद ज्ञात कीजिए।

23. स0 श्रे0 6, 13, 20.....,216 का मध्यपद ज्ञात कीजिए।

24. स0 श्रे0 $20, 19\frac{1}{4}, 18\frac{1}{2}, 17\frac{3}{4}, \ldots\ldots$ का कौन–सा पद प्रथम श्रेणात्मक पद होगा? पद भी ज्ञात कीजिए।

लघु उत्तरीय प्रश्न 2

25. स0 श्रे0 7, 13, 19,.....241 के मध्य पद ज्ञात कीजिए।

26. 10 और 5000 के बीच के उन पूर्णांकों का योग ज्ञात कीजिए जो 7 से विभाज्य हैं।

27. एक स0 श्रे0 के 5वें तथा 9वें पदों का योग 72 तथा 7वें और 12वें पदों का योग 97 है। स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए।

28. एक स0 श्रे0 का mवां पद $\frac{1}{n}$ तथा n वां पद $\frac{1}{m}$ है। सिद्ध कीजिए कि इसका (mn)वां पद 1 है।

29. एक स0 श्रे0 का p वां पद 2 तथा q वां पद p है। सिद्ध कीजिए कि इसका n वां पद $(p + q - n)$ है।

30. यदि किसी स0 श्रे0 के p वें पद का p गुना इसके q वें पद के q गुने के बराबर हो तो सिद्ध कीजिए कि इसका $(p + q)$ वां पद शून्य होगा।

31. m के किस मान के लिए दो स0 श्रे0 (i) 1, 3, 5, 7..... (ii) 4, 8, 12, 16.....के m वें पद समान होंगे?

32. एक स0 श्रे0 का 24वां पद इसके 10वें पद का दो गुना है। सिद्ध कीजिए कि इसका 72वां पद इसके 15वें पद का 4 गुना है।

33. 101 और 994 के बीच उन प्राकृत संख्याओं की कुल संख्या ज्ञात कीजिए जो 2 और 5 दोनों से विभाज्य हों।

34. यदि किसी स0 श्रे0 का 7वां पद 1/9 और 9वां पद 1/7 है, तो इसका 63वां पद ज्ञात कीजिए।

35. एक स0 श्रे0 के 5वें और 9वें पदों का योग 30 है। यदि इसका 25वां पद इसके 8वें पद का 3 गुना हो तो स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए।

36. यदि किसी स0 श्रे0 के प्रथम n पदो का योग $s_n = 5n^2 + 3n$ तो इसका n वां पद और सार्व अंतर ज्ञात कीजिए।

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

37. एक समातंर श्रेढ़ी के तीसरे और सातवें पदों का योग 6 तथा गुणन 8 है। इस स0 श्रे0 के प्रथम 16 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

38. यदि किसी स0 श्रे0 का m वां पद $\frac{1}{n}$ और n वां पद $\frac{1}{m}$ हो तो सिद्ध कीजिए। कि इसके प्रथम (mn) पदों का योग $\frac{1}{2}(mn + 1)$ है।

39. यदि किसी स0 श्रे0 के प्रथम m पदों का योग n तथा प्रथम n पदों का योग m हो तो सिद्ध कीजिए कि इसके प्रथम $(m + n)$ पदों का योग– $(m + n)$ होगा।

40. वह स0 श्रे0 ज्ञात कीजिए जिसका 4वां पद 18 है और 15वें और 9वें पद का अंतर 30 है।

41. यदि किसी स0 श्रे0 के प्रथम k पदों का योग $\frac{1}{2}(3k^2 + 7k)$ ता इसका k वां पद लिखिए तथा इसका 20 वां पद ज्ञात कीजिए।

42. किसी स0 श्रे0 के प्रथम 9 पदों का योग 162 है। इसके छटे पद का तेरहवें पद से अनुपात 1 : 2 है। इस स0 श्रे0 का पहला और पन्द्रहवां पद ज्ञात कीजिए।

43. एक स0 श्रे0 का 10वां पद 21 है और प्रथम 10 पदों का योग 120 हैं। इसका n वां ज्ञात कीजिए।

44. एक स0 श्रे0 के प्रथम 7 पदों का योग 63 और अगले 7 पदों का योग 161 है इसका 28वां पद ज्ञात कीजिए।

45. एक स0 श्रे0 के प्रथम q पदों का योग $63q - q^2$ है। इसका p वां पद –60 है, p मान ज्ञात कीजिए तथा ग्यारहवां पद भी ज्ञात कीजिए।

46. किसी स0 श्रे0 का प्रथम पद –2, अंतिम पद –29 और सभी पदों का योग –155 है। इसका 11वां पद ज्ञात कीजिए।

47. किसी स0 श्रे0 के प्रथम बीस पदों का योग अगले बीस पदों के योग का एक तिहाई है। यदि इस स0 श्रे0 का प्रथम पद 1 हो तो इसके प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

48. एक स0 श्रे0 के प्रथम 10 पदों का योयग अगले 10 पदों का योग का एक–तिहाई है। इसका पहला पद –5 है। प्रथम 30 पदों का योग ज्ञात कीजिए।

49. एक स0 श्रे0 का आठवॉ पद इसके दूसरे पद का आधा है तथा ग्यारहवाँ पद चौथे पद के एक–तिहाई से 1 अधिक हैं। इसका 15वां पद ज्ञात कीजिए।

50. एक स0 श्रे0 के प्रथम 6 पदों का योगफल 42 है। इसके 10वें पद तथा 30वें पद का अनुपात 1 : 3 है। इस स0 श्रे0 का पद तथा तेरहवां पद ज्ञात कीजिए।

51. एक वृद्ध महिला कृष्णा देवी ने 1,20,000 रु बैंक में 8% वार्षिक दर से जमा करावाए। प्रतिवर्ष उससे प्राप्त साधारण ब्याज को एक विद्यालय के 5 विद्यार्थियों को उनके सर्वांगीण प्रदर्शन के आधार पर छात्रवृत्ति के रूप में बांटा जाता है। प्रत्येक छात्रवृत्ति से 300 रु कम है प्रत्येक छात्रवृत्ति का का मूल्य ज्ञात कीजिए।

52. राम एक मजदूर से 10 मी0 गहरा कुंआ खोदने के लिए कहता है। वह पहले मीटर को खोदने की मजदूरी 150 रु तथा आगे के प्रत्येक मीटर को खोदने की मजदूरी 50 रु बताता है मजदूर अशिक्षित होने के कारण कुल 550 रु मजदूरी की माँग करता है। मजदूर को वास्तव में कितनी मजदूरी मिलनी चाहिए?

उत्तरमाला

1. 10
2. 110
3. 2n–1
4. $\frac{n(n+1)}{2}$
5. $n(n+1)$
6. $-5(n+1)$
7. $\frac{1}{9}$
8. 3
9. 20
10. –40
11. $x = 1$
12. $\frac{7}{5}$
13. नहीं, क्योंकि $a = 3$ (विषय संख्या), $d = 4$ (सम संख्या)ए इसलिए इस स0 श्रे0 का प्रत्येक पद विषय संख्या ही होगा।
14. 158
15. 44 वां
16. 5412
17. 540
18. (i) हाँ (ii) नहीं
19. 9900
20. 0, 2
21. 23
22. 0
23. 111
24. 28वां, –1/4
25. 121, 127
26. 17885
27. 6, 11, 16, 21, 26,.....
31. m का ऐसा कोई मान संभव नहीं है
33. 89
34. 1
35. 3, 5, 7, 9, 11,.....
36. $a_n = 10n - 2$
37. 76, 20
40. 3, 8, 13,.....
41. $a_k = 3k + 2$, $a_{20} = 62$
42. 6, 48
43. $2n + 1$
44. 57
45. $p = 21$, $a_{11} = 0$
46. –32
47. 900
48. –4500
49. 3क
50. पहला पद = 2, 13वां पद = 26
51. 2520 रु. 2220 रु. 1920 रु. 1620 रु. 1320 रु.
52. 600 रु.

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

सामांतर श्रेढ़ियां

समय : 50 मिनट *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. प्रथम 10 प्राकृत संख्याओं का योग ज्ञात कीजिए। **1**

2. समान्त श्रेणी $8\frac{1}{2}, 8\frac{2}{8}, 8\frac{3}{8}, \ldots\ldots\ldots\ldots$ का सार्व अन्तर क्या होग? **1**

खण्ड–ब

3. 6 और 102 के बीच, 6 से विभाजित, दो अंकों वाली कितनी होगी? **2**

4. स0 श्रे0 के पहले n पदों का योग $n^2 + 3n$ है। इसका 20वां पद ज्ञात कीजिए। **2**

खण्ड–स

5. स0 श्रेणी के प्रथम पांच पद ज्ञात करो जिसका योग $12\frac{1}{2}$ हो और पहला तथा अंतिम पद का अनुपात 2 : 3 हो। **3**

6. स0 श्रे0 20, 16, 12,..... –176 का मध्य पद ज्ञात करो। **3**

खण्ड–द

7. एक तीन अंको के धन पूर्णांको के अंक स0 श्रे0 में हैं और उनका योगफल 15 है। संख्या में से 594 घटाने पर अंक पलट जाते हैं। संख्या ज्ञात कीजिए। **4**

8. स0 श्रे0 के तीन संख्याओं का योग 24 है और उनका गुणनफल 440 है। संख्याएं ज्ञात कीजिए। **4**

□□□