7

अध्याय

निर्देशांक ज्यामिति

महत्त्वपूर्ण बिंदु:

1. माना XOX^1 तथा YOY^1 दो परस्पर लंब रेखाएं है। इन रेखाओं को निर्देशांक अक्ष कहते हैं। XOX^1 को x-अक्ष और YOY^1 को y-अक्ष कहते हैं।

2. x-अक्ष व y-अक्ष के प्रतिच्छेदन बिंदु 0 को मूल बिंदु कहते हैं। इसके निर्देशांक $(0, 0)$ होते हैं।

3. किसी बिंदु का x-निर्देशांक भुज तथा y-निर्देशांक कोटि कहलाता है।

4. निर्देशांक अक्ष समतल को चार चतुर्थांशों में विभाजित करता है।

(i) पहले चर्तुथांश में x और y दोनों निर्देशांक धनाद्यत्मक होते है।

(ii) दूसरे चर्तुथांश में x निर्देशांक ऋणात्मक व y निर्देशांक धनात्मक होता है।

(iii) तीसरे चर्तुथांश में x और y दोनों निर्देशांक ऋणात्मक होते है।

(iv) चौथे चर्तुथांश में x निर्देशांक धनात्मक व y निर्देशांक ऋणात्मक होता है।

5. दूरी सूत्र:

दो बिंदुओं $A(x_1, y_1)$ तथा $B(x_2, y_2)$ के बीच की दूरी

$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ईकाई

6. बिंदु A, B तथा C संरेख है यदि वे एक ही रेखा पर स्थित हैं।

7. बिंदुओं (x_1, y_1) और (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखाखंड के मध्य बिंदु के निर्देशांक है:

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

8. खंड सूत्र

उस बिंदुओं (x_1, y_1) तथा (x_2, y_2) को मिलाने वाले रेखाखंड को $l : m$ के आंतरिक अनुपात में विभाजित करता है के निर्देशांक है:

$$\left(\frac{lx_1 + mx_2}{l + m}, \frac{ly_1 + my_2}{l + m}\right)$$

9. त्रिभुज का क्षेत्रफल

शीर्षों $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ तथा (x_3, y_3) वाले त्रिभुज का क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$ वर्ग ईकाई यदि त्रिभुज का क्षेत्रफल शून्य आता है तो उपरोक्त बिंदु संरेख होंगे।

इसके केन्द्रक के निर्देशांक $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$

खंड अ (1 अंक)

1. बिन्दु A(5, –7) की y-अक्ष से दूरी बताइये।

2. यदि बिन्दुओं $(x, 2)$ तथा $(3, -6)$ के बीच की दूरी 10 इकाई तो x का धनात्मक मान बताइये।

3. बिन्दुओं (4, 7) तथा (2, –3) को मिलाने वाले रेखाखंड के मध्य बिंदु के निर्देशांक बताइये।

4. उस बिन्दु के निर्देशांक बताइये जहां रेखा $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 5$, y-अक्ष को प्रतिच्छेद करती है।

5. यदि A तथा B क्रमशः बिन्दु (–6, 7) तथा (–1, –5) हो तो 2AB का मान बताइये।

6. बिन्दु p (5, 3) से एक रेखा y-अक्ष के समान्तर खींची जाती है इस रेखा की y-अक्ष से दूरी बताइये।

7. रेखाओं $3x + 6 = 0$ तथा $x - 7 = 0$ के बीच की दूरी बताइये।

8. रेखांखड AB का मध्यबिन्दु (4, 0) है। यदि A के निर्देशांक (3, –2) हो तो B के निर्देशांक बताइये।

9. x-अक्ष पर किसी बिंदु की कोटि बताइये।

10. y-अक्ष पर किसी बिंदु का भुज बताइये।

11. बिंदु (3, 2) की x-अक्ष से दूरी ज्ञात कीजिए।

12. बिंदु (3, –4) की y-अक्ष से दूरी बताइए।

13. बिंदु (3, 4) की मूल बिंदु से दूरी ज्ञात कीजिए।

14. y-का मान ज्ञात कीजिए यदि बिन्दुओं (2, –3) तथा $(10, y)$ के बीच की दूरी 10 ईकाई हो।

15. x-अक्ष पर उस बिन्दु के निर्देशाक ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (–2, 5) तथा (2, –3) से समान दूरी पर हो।

खण्ड 'ब' अंक 2

16. P के किस मान के लिए बिंदु (2, 1), (P, –1) और (–1, 3) संरेख है?

17. ΔPQR का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसके शीर्ष P(–5, 7), Q(–4, –5) तथा R(4, 5) है।

18. बिन्दुओं (1, –2) और (–3, 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को समात्रिभाजित करने वाले बिन्दुओं के निर्देशांक बताइये।

19. एक Δ की भुजाओं के मध्य बिन्दुओं के निर्देशांक (3, 4), (4, 1) और (2, 0) है Δ के शीर्ष ज्ञात करिए।

20. यदि बिंदु A(4, 3) तथा B(x, 5) एक वृत्त जिसका केन्द्र O(2, 3) है, पर स्थित हों, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

21. बिन्दुओं (6, 4) तथा (–1, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को x-अक्ष किस अनुपात में विभाजित करता है।

22. दर्शाइए कि बिन्दु (–2, 3) (8, 3) और (6, 7) एक समकोण त्रिभुज के शीर्ष है।

23. y-अक्ष पर वह बिन्दु ज्ञात कीजिए जो कि बिन्दुओं A(5, –6) तथा B(–1, –4) को मिलाने वाले रेखाखण्ड को बांटता है।

24. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें y अक्ष बिन्दुओं A (5 – 6) तथा B (–1 , – 4) को मिलाने वाले रेखाखंड को बांटता हैं।

25. उस त्रिभुज के केन्द्र के निर्देशांक बताइये जिसके शीर्ष (3 – 5) (–7,4) (10 – 2) है।

खण्ड़ 'स' (3 अंक)

26. दर्शाइये कि बिन्दु A (2 – 2) B (14,10), C (11,13) तथा D (–1 ,1) एक आयत के शीर्ष है।

27. दर्शाइये कि बिंदु A(5, 6), B(1, 5), C(2, 1) तथा D(6, 2) एक आयत के शीर्ष है।

28. बिंदु R, रेखाखंड AB, जबकि A(–4, 0) तथा B(0, 6) हैं को इसे प्रकार विभाजित करता है कि $AR = \frac{3}{4} AB$, तो R बिंदु के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

29. एक समान्तर चतुर्भज के तीन क्रमागत शीर्ष बिन्दु (–2, –1) (1, 0) तथा (4, 3) है। चौथे शीर्ष के निर्देशाक ज्ञात कीजिए।

30. यदि बिंदु P(x, y) की बिन्दुओं A(3, 6) तथा B(–3, 4) से दूरियां समान हों, तो सिद्ध कीजिए $3x + y = 5$

31. एक त्रिभुज के दो शीर्ष (1, 2) तथा (3, 5) है। यदि त्रिभुज का केन्द्रक मूल बिन्दु पर हो, तो तीसरे शीर्ष के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

32. यदि P(x, y) बिंदुओं A(a, c), B(o, b) को मिलाने वाले रेखाखंड पर स्थित हो तो सिद्ध कीजिए $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

33. बिंदुओं A(2, 1) तथा B(5, –8) को मिलाने वाले रेखाखंड को P तथा Q इस प्रकार विभाजित करते हैं कि यदि बिंदु P, रेखा $2x-y+k=0$ पर भी स्थित है तो P का मान ज्ञात कीजिए।

34. यदि (3, 3) (6, y) (x, 7) और (5, 6) क्रमानुसार एक समांतर चतुर्भुज के शीर्ष है तो X तथा Y के मान ज्ञात कीजिए।

35. यदि एक त्रिभुज जिसके शीर्ष (1, –3) (4, P) और (–9, 7) है का क्षेत्रफल 15 वर्ग ईकाई हो तो P का मान ज्ञात कीजिए।

खण्ड 'ड' (4 अंक)

36. यदि बिन्दु A(–2, 1), B(a, b), और C(4, –1) संरेखी है तथा $a-b=1$ वो a तथा b के मान ज्ञात कीजिए।

37. यदि बिंदु A(0, 2) बिंदुओं B(3, P) तथा C(P, 5) से समदूरस्थ है तो P का मान और तथा AB की दूरी ज्ञात कीजिए।

38. एक पहेली को हल करने के लिए एक लड़की को तीन बिन्दुओं A(7, 5), B(2, 3) तथा C(6, –7) को क्रमानुसार स्कैच पैन द्वारा मिलाना हे तीनों बिन्दुओं को मिलने पर उसे एक त्रिभुजकार आकृति प्राप्त होती है। त्रिभुज किस प्रकार का है?

39. मोना और निशा के घरों के निर्देशांक क्रमाशः (7, 3) और (4, –3) है जबकि उनके विद्यालय के निर्देशांक (2, 2) है। यदि सुबह दोनों एक ही समय विद्यालय के लिए निकलती है और एक ही समय पर विद्यालय पहुंचती है दोनों में से कौन तेज चलता है?

40. एक अध्यापिका ने तीन विद्यार्थीयों को एक त्रिभुज की आकृति के शीर्षों पर खड़े होने के लिए कहती है जिसके निर्देशांक P(–1, 3), Q(1, –1) और R(5, 1) है तथा एक चौथी विद्यार्थी इस क्रिया कलाप में भाग लेना चाहती है। वह उसे Q व R के मध्य बिन्दु S पर खड़ा होने के लिए कहती है उसकी P से दूरी ज्ञात कीजिए।

41. बिंदु P, बिंदुओं A(2, 1) तथा B(5, –8) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB}=\frac{1}{3}$ यदि बिन्दु P रेखा $2x-y+k=0$ पर स्थित है, तो K का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तरमाला

1. 5
2. 9
3. (3, 2)
4. 15
5. 26
6. 3
7. 9
8. (5, 2)
9. 0
10. 0
11. 2 units (इकाई)
12. 3 units (इकाई)
13. 5 units (इकाई)
14. 3 या –9
15. (–2, 0)
16. 5
17. 53 वर्ग इकाई
18. $\left(-\frac{1}{3},0\right)\left(-\frac{5}{3},2\right)$
19. (1, 3), (5, 5), (3, – 3)
20. $x = 2$
21. 4 : 7
23. (0, – 2)
24. 5 : 1
25. (2, –1)
28. $\left(-1,\frac{9}{2}\right)$
29. (1, 2)
31. (–4, 7)
33. $k = -8$
34. $x = 8, y = 4$
35. $p = -3$
36. $a = 1, b = 0$
37. $p = 1$, AB = $\sqrt{10}$ इकाई
38. समकोण त्रिभुज
39. निशा
40. 5 इकाई
41. –8

अभ्यास प्रश्न–प्रत्र

निर्देशांक ज्यामिति

समय : 50 मिनट *अंक : 20*

खण्ड–अ

1. m का वह मान ज्ञात करिए जिसमें बिंदु (3, 5) (m, 6) तथा $\left(\frac{1}{2}, \frac{15}{2}\right)$ संरेख है। **1**

2. बिन्दुओं A(c, 0) तथा B(0, c) के बीच की दूरी क्या है? **1**

खण्ड–ब

3. P के किस मान के लिए बिंदु (–3, 9), (2, p) तथा (4, –5) संरेख है? **2**

4. यदि बिन्दु (8, 6) तथा B(x, 10) एक वृत्त जिसका केन्द्र (4, 6) है पर स्थित हों तो x का मान ज्ञात कीजिए। **2**

खण्ड–स

5. दर्शाये कि बिन्दु A(–3, 2), B(–5, –5), C(2, –3) तथा D(4, 4) एक समचतुर्भु के शीर्ष है। **3**

6. वह अनुपात ज्ञात कीजिए जिसमें बिंदु (2, y) बिंदुओं A(–2, 2) तथा B(3, 7) को मिलाने वाले रेखाखंड को विभाजित करता है। y का मान भी ज्ञात कीजिए। **3**

खण्ड–द

7. यदि P बिन्दुओं A(–2, –2) तथा B(2, –4) को मिलाने वाले रेखाखंड को इस प्रकार विभाजित करता है कि $\frac{AP}{AB}=\frac{3}{7}$ तो P के निर्देशांक बताइये। **4**

8. यदि A(–5, 7), B(–4, –5), C(–1, –6) तथा D(4, 5) एक चतुर्भुत के क्रमानुसार शीर्ष है तो उसके क्षेत्रफल ज्ञात करएि। **4**

□□□