① वास्तविक संख्याएँ Real Numbers

① वास्तविक संख्या :→ परिमेय और अपरिमेय संख्याओं के समुह को वास्तविक संख्या कहा जाता है। जैसे :→ $\frac{2}{3}$, $-\frac{5}{3}$, $\sqrt{2}$, π, $\frac{22}{7}$, 0, −2 आदि।

② वास्तविक संख्या का वर्गीकरण (Classification of real numbers) :→

वास्तविक संख्या (Real Number)

- परिमेय संख्या (Rational number)
  - प्राकृत संख्या (Natural Number)
  - पूर्ण संख्या (Whole Number)
  - पूर्णांक संख्या (Integer)
- अपरिमेय संख्या (Irrational number)

③ परिमेय संख्या :→ वह संख्या जिसे $\frac{p}{q}$ के रूप में लिखा जाए, जहाँ p और q पूर्णांक संख्या हो, और $q \neq 0$ हो। जैसे :→ 0, $-\frac{1}{3}$, $\frac{2}{0} = 0$ नहीं परिमेय संख्या, 3, आदि।

④ अपरिमेय संख्या :→ वर्गमूल चिह्न ($\sqrt{}$) के अंदर वैसी संख्या जो किसी संख्या का वर्ग न हो, तो उसे अपरिमेय संख्या कहा जाता है। जैसे :→ ~~$\sqrt{1}$~~, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{}$

Scanned by CamScanner

Note: → दो गैर संख्या को अपरिमेय संख्या बताने के लिए इन संख्या को सरल करेंगे यदि परिणाम अपरिमेय हो तो दिए गए संख्या भी अपरिमेय संख्या होगी।

जैसे: → (i) $\frac{(\sqrt{3})^2}{\sqrt{9}} = \frac{3}{3} = 1$ (ii) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{3}{48}} = \frac{1}{4}$ (परिमेय संख्या)

Note: → एक परिमेय और एक अपरिमेय संख्याओं का योग, अंतर, गुणनफल और भागफल हमेशा अपरिमेय संख्या होती है। जैसे: → $3+\sqrt{5}$, $3-\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $\frac{3}{\sqrt{5}}$

Note: → दो अपरिमेय संख्याओं का योग, अंतर, भागफल और गुणनफल अपरिमेय संख्या भी हो सकती है या परिमेय संख्या भी हो सकती है।

जैसे: → $\sqrt{2}$, $-\sqrt{2}$ दो अपरिमेय संख्या है।

∴ योग $= \sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = \sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ जो परिमेय संख्या है।

अंतर $= \sqrt{2} - (-\sqrt{2}) = \sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ जो अपरिमेय संख्या है।

गुणनफल $= \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ जो परिमेय है।

भागफल $= \frac{\sqrt{2}}{-\sqrt{2}} = -1$ जो परिमेय संख्या है।

Scanned by CamScanner

(5) परिमेय संख्या को दशमलव रूप :→ परिमेय संख्या को दशमलव में बदलने के लिए भाजन विधि का प्रयोग किया जाता है/जैसे :→

$\frac{3}{4} = 0.75$ और $\frac{1}{3} = 0.333\ldots = 0.\overline{3}$ या $0.\dot{3}$

इस प्रकार हम कह सकते हैं परिमेय संख्या का दशमलव दो प्रकार के होते हैं

(i) सांत (ii) असांत आवृत्ति

(i) सांत दशमलव (Terminating Decimal) :→ यदि दशमलव बिंदु के बाद अंकों की संख्या सीमित (Fixed) हो, तो ऐसे दशमलव प्रसार (Expansion) को सांत दशमलव कहते हैं/जैसे :→ 1.235, 0.025

(ii) असांत आवृत्ति (non-terminating Decimal) :→ यदि दशमलवबिंदु के बाद अंकों की संख्या सीमित न हो और कोई एक या अंकों का समूह दोहराती हो, तो असांत आवृत्ति दशमलव कहा जाता है/जैसे :→ $1.2355\ldots$, $2.05353535\ldots$, 35.12345454545,

(6) सांत दशमलव को परिमेय संख्या में बदलना :→ दिए गए दशमलव संख्या से दशमलव को हटाकर संख्या को उसी क्रम में लिखेंगे/फिर हर में 1 लिखकर उतने ही शून्य लिखेंगे जितने दशमलव के बाद अंकों की संख्या होती है/जैसे :→ $1.13 = \frac{113}{100}$ जो $\frac{p}{q}$ के रूप में है/

Scanned by CamScanner

(7) अनंत आवृत्ति को परिमेय संख्या में बदलना :→

$$\text{परिमेय संख्या} = \frac{\text{दशमलव को हटाकर संख्या को उसी में लिखेंगे — अनावृत्ति वाली सं०}}{\text{दशमलव के बाद आई 10 सं०} \quad - \text{दशमलव के बाद अनावृत्ति आई 0 की सं०}}$$

जैसे :→ (i) $3\cdot125\bar{5} = \frac{3125 - 312}{10^3 - 10^2}$

$= \frac{2813}{1000 - 100}$

$= \frac{2813}{900}$ Ans

(ii) $0\cdot666 = 0\cdot\bar{6}$

$= \frac{6-0}{10-10^0}$

$= \frac{6}{10-1}$

$= \frac{6}{9}^{2}_{3}$

$= \frac{2}{3}$

(iii) $25\cdot12\bar{35}$

$= \frac{25135 - 2512}{10^4 - 10^2} = \frac{24873}{10000 - 100}$

$= \frac{24873}{9900}$

Scanned by CamScanner

(iv) $0.999\ldots = 0.\bar{9}$

$$0.\bar{9} = \frac{9-0}{10^1-10^0} = \frac{9}{10-1} = \frac{9}{9} = 1$$

(v) $2.3\bar{5} = \frac{235-23}{10^1-10^2} = \frac{212}{10-100} = \frac{212}{-90}$

$$= \frac{106}{-45} = \frac{-106}{45}$$

(8) अपरिमेय संख्या का दशमलव रूप : → अपरिमेय संख्या का दशमलव रूप अनंत अनावर्ती होती है।

अनंत अनावर्ती : → यदि अंकों के बाद अंकों की संख्या सीमित न हो और शेषफल अंक या अंक समूह दोहराती नहीं हो तो, उसे अनंत अनावर्ती दशमलव कहा जाता है।

जैसे : → 2.7373373337333373333373.....

अपरिमेय संख्या का दशमलव

: → Cyxxyxxxyxxxxy.....

सांत दशमलव

0-9 तक

0-9 तक

जैसे : → 1.254343443444434444443.....

0.250100100010000.....

(1) :- इस अध्याय में हम दो महत्वपूर्ण प्रमेय का अध्ययन करेंगे।

(i) यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म

(ii) अंक गणित की आधारभूत प्रमेय

(i) यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म :→

यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का संबंध दो धनात्मक संख्याओं के विभाजन से है।

बड़ी संख्या भाज्य होती है और छोटी संख्या भाजक होती है।

अतः यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म

भाज्य = भाजक × भागफल + शेष

यदि a और b दो संख्या a > b तो a को b से भाग देने पर शेषफल r और भागफल q प्राप्त होती है। और यह अद्वितीय होता है।

जैसे :→ (i) 25, 15 में यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म का प्रयोग करें

$25 = 15 \times 1 + 10$

जैसे :→ (ii) 140, 15 " " " "

" " " "

$140 = 15 \times 9 + 5$

(iii) 185, 10 " " " "

$185 = 10 \times 8 + 5$

(iv) 195, 196 $= 195 \times 1 + 1 =$

(10) यूक्लिड विभाजन का प्रयोग :→ यूक्लिड विभाजन का प्रयोग दो धनात्मक संख्याओं का (HCF) ज्ञात करने में किया जाता है।

HCF (Highest Common Factor) :→ वह बड़ी से संख्या जो दी गई संख्याओं को पूर्णतः विभाजित करें तो उस बड़ी संख्या को दी गई संख्या का HCF कहा जाता है।

जैसे :→ 4, 6 का HCF ज्ञात करें

∵ 1, 2 से 4, 6 पूर्णतः विभाजित होती है।

इसलिए इसमें बड़ी संख्या 2 है।

अतः 4, 6 का HCF = 2 होगा।

(11) 10, 20 का HCF ज्ञात करें

Sol^n →

1, 2, 5, 10 से (10, 20) पूर्णतः विभाजित होती है। लेकिन इसमें से 10 बड़ी है।

∴ (10, 20) का HCF = 10

(12) 8, 12 का HCF ज्ञात कीजिए

Sol^n :→ 1, 2, 4 से 8 और 12 पूर्णतः विभाजित होती है। लेकिन इसमें से 4 बड़ी है।

∴ (8, 12) का HCF = 4

(13) यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथम द्वारा HCF :→ यूक्लिड के अनुसार जिस भाजक पर शेषफल 0 वहीं भाजक दी गई संख्या का HCF होता है।

14, 20 का HCF ज्ञात करें

Scanned by CamScanner

Sol:→ ∵ 20 > 14

∴ यूक्लिड विभाजन एल्गोरिथ्म से,

$20 = 14 \times 1 + 6$ (भाजक = 14, शेषफल = 6)

$14 = 6 \times 2 + 2$ (भाजक = 6, शेषफल = 2)

$6 = 2 \times 3 + 0$ (भाजक = 2, शेषफल = 0)

अतः शेषफल "0" प्राप्त हुआ।

(4) यूक्लिड विभाजन का अन्य प्रयोग :⟹
यूक्लिड विभाजन का अन्य प्रयोग संख्याओं के रूप का पता लगाते हैं कि संख्या सम-संख्या या विषम संख्या है। जैसे :→
2q एक सम संख्या और 2q+1 एक विषम संख्या है।

Q. (1) 21, 241 का यूक्लिड HCF एल्गोरिथ्म ज्ञात करें
Q. (2) 141, 12 " " " "
Q. (3) 25, 140 " " " "
Q. (4) 14, 20 " " " "