बहुलक (Mode)

* बहुलक (Mode) :→ जिस चर की बारंबारता सबसे अधिक होती है, उस चर को बहुलक कहते हैं।

जैसे :→ 1, 2, 1, 2, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 1, 3, 4, 5

चर	मिलान चिह्न	बारंबारता
1	++++	5
2	++++	4
3	++	2
4	++	2
5	++	2

बहुलक = 1

* बहुलक को Mo से सुनिश्चित किया जाता है।

$$Mo = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) * h$$

जहाँ, l → बहुलक वर्ग की निम्न सीमा
f_1 → बहुलक वर्ग की बारंबारता
f_0 → बहुलक वर्ग के ठीक पहले वाले वर्गिका
f_2 → बहुलक वर्ग के ठीक बाद वाले वर्गिका
h → बहुलक वर्ग की लम्बाई

बहुलक वर्ग (Mode class) :→ जिस वर्ग-अन्तराल की बारंबारता सबसे अधिक होती है, उसी वर्ग-अन्तराल को बहुलक-वर्ग कहते हैं।

उदाहरण - 4

विद्यार्थियों की संख्या	टिकट मैचों की संख्या
0	1
1	1
2	3
3	2
4	1
5	1
6	1

यहाँ चरों में अधिकतम 3 बार दोहराया गया है।

∴ बहुलक = 2

उदाहरण - 5

परिवार की माप	परिवारों की संख्या
1 - 3	$7 f_0$
3 - 5	$8 f_1$
5 - 7	$2 f_2$
7 - 9	2
9 - 11	1

बहुलक वर्ग = 3 - 5

$l = 3$

$f_1 = 8$

$h = 2$

$f_0 = 7$

$f_2 = 2$

$M_0 = ?$

$$M_0 = l + \left(\frac{f_1 - f_2}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 3 + \left(\frac{8-7}{2\times 8 - 7 - 2}\right) \times 2$$

$$= 3 + \frac{1}{16-9} \times 2$$

$$= 3 + \frac{2}{7} = 0.2857$$

$$= 3 + 0.2857$$

$$= 3.2857 \text{ Ans}$$

उदाहरण - 6

वर्ग अन्तराल	विद्यार्थियों की सं०	वर्ग चिह्न x	fx
10 - 25	2	17.5	35.0
25 - 40	3 f_0	32.5	97.5
40 - 55 →	7 f_1	47.5	332.5
55 - 70	6 f_2	62.5	375.0
70 - 85	6	77.5	465.0
85 - 100	6	92.5	555.0

$\Sigma f_1 = 30$ $\quad \Sigma fx = 1860.0$

यहाँ बहुलक वर्ग = 40 - 55

$l = 40$

$f_1 = 7, f_0 = 3, f_2 = 6$

$h = 15$

$Mo = ?, \bar{x} = ?$

अतः अधिकतम विद्यार्थियों का अंक 52 है/ और औसत अंक 62 है/ अर्थात प्रत्येक विद्यार्थी ने 62 अंक प्राप्त करने की आशा की है/

$$Mo = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 40 + \left(\frac{7-3}{2\times 7 - 3 - 6}\right) \times 15$$

$$= 40 + \frac{4}{14-9} \times 15$$

$$= 40 + \frac{60}{5} \quad 12$$

$$= 40 + 12$$

$$= 52$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{1860}{30}$$

$$= 62$$

$Mo = 52, \bar{x} = 62$

Ex- 14.2

① ≡

आयु (वर्षों में)	रोगियों की संख्या (f)	वर्ग चिह्न (x)	(fx)
5-15	6	10	60
15-25	11	20	220
25-35	21 f_0	30	630
35-45 →	23 f_1	40	920
45-55	14 f_2	50	700
55-65	5	60	300

$\Sigma f = 80$ $\quad \Sigma fx = 2830$

यहाँ वर्ग = 35-45

$l = 35$

$f_1 = 23,\ f_0 = 21,\ f_2 = 14$

$h = 10$

$Mo = ?,\ \bar{x} = ?$

$$Mo = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 35 + \left(\frac{23 - 21}{2 \times 23 - 21 - 14}\right) \times 10$$

$$= 35 + \left(\frac{2}{46 - 35}\right) \times 10$$

$$= 35 + \frac{20}{11}$$

$$= 35 + 2.818$$

$$= 36.818$$

$$= 36.8 \text{ वर्ष}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$$

$$= \frac{2830}{80} \quad 35.375$$

$$= 35.37 \text{ वर्ष}$$

Ans

2

जीवन काल (घंटों में)	बारंबारता (f)
0-20	10
20-40	35
40-60	52 f_0
60-80 →	61 f_1
80-100	38 f_2
100-120	29

बहुलक वर्ग = 60-80

$l = 60$

$f_1 = 61, f_0 = 52, f_2 = 38$

$h = 20$

$M_0 = ?$

$$M_0 = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 60 + \left(\frac{61 - 52}{2 \times 61 - 52 - 38}\right) \times 20$$

$$= 60 + \left(\frac{9}{122 - 90}\right) \times 20$$

$$= 60 + \frac{180}{32} \quad 5.625$$

$$= 60 + 5.625$$

$$= 65.625 \text{ घंटा}$$

Ans

(3)

व्यय (रुपयों में)	परिवारों की संख्या f_x		
1000 - 1500	24 f_0	1250	30000
1500 - 2000	40 f_1	1750	70000
2000 - 2500	33 f_2	2250	74250
2500 - 3000	28	2750	77000
3000 - 3500	30	3250	97500
3500 - 4000	22	3750	82500
4000 - 4500	16	4250	68000
4500 - 5000	7	4750	33250

$\Sigma f = 200$ $\Sigma fx = 532500$

बहुलक वर्ग = 1500-2000

$l = 1500$

$f_1 = 40, f_0 = 24, f_2 = 33$

$h = 500$

$M_0 = ?, \bar{x} = ?$

$$M_0 = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 1500 + \left(\frac{40 - 24}{2\times 40 - 24 - 33}\right) \times 500$$

$$= 1500 + \left(\frac{16}{80 - 57}\right) \times 500$$

$$= 1500 + \frac{8000}{23} \quad 347.826$$

$$= 1500 + 347.826$$

$$= 1847.826$$

$$= 1847.83 \text{ Ans}$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma fx}{\Sigma f} = \frac{532500}{200} = 2662.5 \quad 2662.5$$

रु 10421

(4)

प्रति दिन की संख्या	राज्य/संघीय क्षेत्रों की संख्या	वर्ग चिह्न (x)	fx
15-20	3	17.5	52.5
20-25	8	22.5	180.0
25-30	9 f_0	27.5	247.5
30-35 →	10 f_1	32.5	325.0
35-40	3 f_2	37.5	112.5
40-45	0	42.5	0
45-50	0	47.5	0
50-55	2	52.5	105.0

$\sum f = 35$ $\quad \sum fx = 1022.5$

बहुलक वर्ग $= 30-35$

$l = 30$

$f_0 = 9,\ f_1 = 10,\ f_2 = 3$

$h = 5$

$Mo = ?,\ \bar{x} = ?$

$$Mo = L + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 30 + \left(\frac{10-9}{2\times10-9-3}\right) \times 5$$

$$= 30 + \frac{5}{20-12}$$

$$= 30 + \frac{5}{8}\ 0.625$$

$$= 30 + 0.625 = 30.625 = 30.6$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f} = \frac{1022.5}{35\times10} = 29.21$$

(5)

वेतन (रु में)	वेतन पाने वालों की संख्या (f)
3000 - 4000	f_0 4
4000 - 5000 →	f_1 18
5000 - 6000	f_2 9
6000 - 7000	7
7000 - 8000	6
8000 - 9000	3
9000 - 10000	1
10000 - 11000	1

बहुलक वर्ग = 4000 - 5000

$l = 4000$

$f_1 = 18,\ f_0 = 4,\ f_2 = 9$

$h = 1000$

$M_0 = ?$

$$M_0 = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 4000 + \left(\frac{18-4}{2\times 18 - 4 - 9}\right) \times 1000$$

$$= 4000 + \left(\frac{14}{36 - 13}\right) \times 1000$$

$$= 4000 + \frac{14000}{23}$$

608.695

$$= 4000 + 608.695$$

$$= 4608.7 \text{ रु}$$

Ans

⑥

कारों की संख्या	बारंबारता (f)
0-10	7
10-20	14
20-30	13
30-40	12 f_0
40-50	20 f_1
50-60	11 f_2
60-70	15
70-80	8

बहुलक वर्ग = 40-50

$l = 40$

$f_1 = 20,\ f_2 = 11,\ f_0 = 12$

$h = 10$

$Mo = ?$

$$Mo = l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$$

$$= 40 + \left(\frac{20 - 12}{2 \times 20 - 12 - 11}\right) \times 10$$

$$= 40 + \left(\frac{8}{40 - 23}\right) \times 10$$

$$= 40 + \frac{80}{17} \quad 4.705$$

$$= 40 + 4.705$$

$$= 44.705$$

$$= 44.7 \text{ कार}$$