1. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
2. $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
3. $(a+b)^2 = (a-b)^2 + 4ab$
4. $(a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab$
5. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
6. $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b).x + ab$
7. $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$
8. $a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab$
9. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a^2 + b^2)$
10. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$
11. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
12. $(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$
13. $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
14. $a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab(a+b)$
15. $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 + b^2 - ab)$
16. $a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$
17. $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + b^2 + ab)$
18. $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$

✳1. वास्तविक संख्या

- युक्लिड विभाजन प्रमेयिका $a = bq + r$, जहाँ $0 \le r < b$
- $a \times b = LCM\ (a,b) \times HCF\ (a,b)$
- पहली संख्या × दूसरी संख्या = ल.स. × म.स.
- हर के अभाज्य गुणनखंडन में 2 या 5 हो तो ➔ सांत दशमलव $\left[\frac{p}{2^n \times 5^m}$ या $\frac{p}{2^n}$ या $\frac{p}{5^m}\right]$

☞ ONE LINER

1. प्राकृत संख्या ➔ 1, 2, 3, 4, 5, ...
2. पूर्ण संख्या ➔ 0, 1, 2, 3, 4, ...
3. सम संख्या ➔ 2, 4, 6, 8, 10, ...
4. विषम संख्या ➔ 1, 3, 5, 7, 9, ...
5. अभाज्य संख्या (रूढ़) ➔ 2, 3, 5, 7, 11, ...
6. भाज्य संख्या (यौगिक) ➔ 4, 6, 8, 9, 10, ...
7. सह-अभाज्य संख्या ➔ (9,16), (5,21), (8,21), ...
8. सबसे छोटी अभाज्य संख्या 2 है।
9. सबसे छोटी भाज्य संख्या 4 है।
10. यूक्लिड विभाजन प्रमेयिका से म.स. निकाला जाता है।
11. परिमेय और अपरिमेय संख्या का जोड़, घटाव, गुणन और भाग अपरिमेय होता है।
12. दो क्रमागत सम संख्याओं का म.स. 2 होता है।
13. दो क्रमागत सम संख्याओं का ल. स. उनके गुणनफल के आधे के बराबर होता है।
14. दो क्रमागत विषम संख्याओं का म.स. 1 होता है।
15. दो क्रमागत विषम संख्याओं का ल. स. उनके गुणनफल के बराबर होता है।
16. दो सह-अभाज्य संख्याओं का म.स. 1 होता है।
17. दो सह-अभाज्य संख्याओं का ल.स. उनके गुणनफल के बराबर होता है।
18. दो परिमेय संख्याओं के बीच अनंत संख्याएं होती हैं।
19. π एक अपरिमेय संख्या है।
20. $\sqrt{5}$ एक अपरिमेय संख्या है।
21. $\sqrt{4}$ एक परिमेय संख्या है।
22. x^0 का मान 1 होता है।

✳2. बहुपद

- ❖ रैखिक बहुपद का मानक रूप ➔ $ax + b$
  - शून्यक ➔ $\alpha = \frac{-b}{a}$
- ❖ द्विघात बहुपद का मानक रूप ➔ $ax^2 + bx + c$
  - शून्यकों का योगफल $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$
  - शून्यकों का गुणनफल $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
- ❖ त्रिघातीय बहुपद का मानक रूप ➔ $ax^3 + bx^2 + cx + d$
  - $\alpha + \beta + \gamma = \frac{-b}{a}$
  - $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = \frac{c}{a}$
  - $\alpha\beta\gamma = \frac{-d}{a}$

✳ यदि द्विघात बहुपद के शून्यक α तथा β हों तो द्विघात बहुपद $= k[x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta]$ → जहाँ k कोई अचर है।

✳ यदि त्रिघात बहुपद के शून्यक α, β तथा γ हों तो त्रिघात बहुपद $= k[x^3 - (\alpha+\beta+\gamma)x^2 + (\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)x - \alpha\beta\gamma]$ → जहाँ k कोई अचर है।

- ❖ बहुपदों के लिए विभाजन एल्गोरिथ्म : $p(x) = g(x)\,q(x) + r(x)$
  ✳ $r(x) = 0$ या घात $r(x)$ < घात $g(x)$

✳ $p(x)$ → भाज्य ✳ $g(x)$ → भाजक
✳ $q(x)$ → भागफल ✳ $r(x)$ → शेषफल

☞ ONE LINER

1. बहुपद में चर की घात पूर्ण संख्या होती है।
2. बहुपद में चर का घात ऋणात्मक और भिन्न नहीं होता है।
3. $\sqrt{x}$ एक बहुपद नहीं है।
4. यदि $p(x)$ में $(x-a)$ से भाग दिया जाए तो शेषफल $p(a)$ होगा।
5. चर के अधिकतम घात को बहुपद की घात कहते हैं।
6. रैखिक बहुपद का घात 1 होता है।
7. रैखिक बहुपद का केवल एक शून्यक होता है।
8. रैखिक बहुपद का ग्राफ x-अक्ष को $(\frac{-b}{a}, 0)$ प्रतिच्छेद करता है।
9. द्विघात बहुपद के अधिकतम शून्यकों की संख्या 2 होती है।
10. शून्य बहुपद का घात परिभाषित नहीं है।
11. अचर बहुपद का घात शून्य होता है।
12. रैखिक बहुपद का ग्राफ सरल रेखा होता है।
13. द्विघात बहुपद का ग्राफ परवलयाकार होता है।

✳3. दो चर वाले रैखिक समीकरण

अनुपात	ग्राफ	हल	नाम
$\frac{a_1}{a_2} \ne \frac{b_1}{b_2}$	प्रतिच्छेदी रेखाएं	एक हल (अद्वितीय हल)	अविरोधी (संगत)
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$	संपाती रेखाएं	अनेक हल	आश्रित (संगत)
$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \ne \frac{c_1}{c_2}$	समांतर रेखाएं	कोई हल नहीं	विरोधी (असंगत)

- ❖ वज्र-गुणन विधि : $\frac{x}{b_1c_2 - b_2c_1} = \frac{y}{c_1a_2 - c_2a_1} = \frac{1}{a_1b_2 - a_2b_1}$
- ❖ दो चर वाले रैखिक समीकरण युग्म का मानक रूप :

$$a_1x + b_1y + c_1 = 0$$
$$a_2x + b_2y + c_2 = 0$$

☞ ONE LINER

1. एक चर वाले रैखिक समीकरण का केवल एक हल होता है।
2. रैखिक समीकरण का घात 1 होता है।
3. दो चर वाले एक रैखिक समीकरण का मानक रूप $ax + by + c = 0$ होता है।
4. यदि ग्राफ प्रतिच्छेदी हों तो एक हल होता है।
5. यदि ग्राफ संपाती हों तो अनेक हल होता है।
6. यदि ग्राफ समांतर हों तो कोई हल नहीं होता है।

Scanned by CamScanner

✳ 4. द्विघात समीकरण

❖ द्विघात समीकरण का मानक रूप : $ax^2 + bx + c = 0$, जहाँ $a \neq 0$

❖ द्विघात समीकरण के हल,मूल/ शून्यक की तीन विधियाँ :

■ गुणनखंड विधि ■ पूर्ण वर्ग विधि ■ सूत्र विधि ☟

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow \text{विवेचक } D = b^2 - 4ac$$

❖ मूलों की प्रकृति : [$D = b^2 - 4ac$]

- $b^2 - 4ac > 0$ दो असमान वास्तविक मूल
- $b^2 - 4ac = 0$ दो समान वास्तविक मूल
- $b^2 - 4ac < 0$ अवास्तविक मूल / काल्पनिक मूल

☞ ONE LINER

1. द्विघात सूत्र को श्रीधराचार्य ने प्रतिपादित किया था।
2. द्विघात समीकरणों का पूर्ण हल देने वाले अब्राहम बार थे।

✳ 5. समांतर श्रेणी

✦ $a_n = a + (n-1)d$ ✦ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

✦ $S_n = \frac{n}{2}[a + a_n]$ ✦ $a_n = S_n - S_{n-1}$

समांतर श्रेणी का सामान्य रूप : $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, \ldots\ldots\ldots, a_n$

सार्वअंतर $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$

$a \rightarrow$ प्रथम पद $d \rightarrow$ सार्वअंतर $n \rightarrow$ पदों की संख्या

$a_n \rightarrow n$ वाँ पद / अंतिम पद (l) $S_n \rightarrow n$ पदों का योगफल

❖ प्रथम n प्राकृत संख्याओं का योग $S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

❖ प्रथम n प्राकृत सम संख्याओं का योग $S_n = n(n+1)$

❖ प्रथम n प्राकृत विषम संख्याओं का योग $S_n = n^2$

❖ यदि a, b, c तीन संख्याएँ A. P. में हैं तो समांतर माध्य $b = \frac{a+c}{2}$

✳ 6. त्रिभुज

❖ सर्वांगसम आकृतियाँ : आकार(Shape) और आमाप (Size) दोनों समान होते हैं।

❖ समरूप आकृतियाँ : आकार(Shape) सामान होता है लेकिन आमाप (Size) समान नहीं होता है।

❖ यदि $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

■ संगत भुजाओं का अनुपात बराबर होता है → $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

■ संगत कोण बराबर होते हैं → $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle E$, $\angle C = \angle F$

❖ त्रिभुजों की समरूपता के लिए कसौटियाँ :

■ AAA / AA ■ SSS ■ SAS ■ ASA ■ RHS (समकोण Δ)

❖ $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DEF \text{ का क्षेत्रफल}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2$

❖ **बेल्स प्रमेय :** किसी त्रिभुज की एक भुजा के समांतर खींची गई रेखा अन्य दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित कर देती है। $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

❖ **पाइथागोरस प्रमेय :** किसी समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योग के बराबर होता है। ☞ (कर्ण)² = (लम्ब)² + (आधार)²

☞ $h^2 = p^2 + b^2$

❖ **एक महत्वपूर्ण प्रमेय :** यदि किसी समकोण त्रिभुज के समकोण शीर्ष से उसके कर्ण पर लम्ब डाला जाए तो लम्ब के दोनों ओर बनने वाले त्रिभुज संपूर्ण त्रिभुज के समरूप होते हैं तथा परस्पर भी समरूप होते हैं। $\Delta ABC \sim \Delta ADB \sim \Delta BDC$

◆ समबाहु त्रिभुज की भुजा → a ◆ शीर्षलंब / ऊंचाई = $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ◆ क्षेत्रफल = $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

❖ किसी त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}$ × आधार × ऊँचाई

❖ विषमबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$

✶ a, b और c त्रिभुज की भुजाएँ हैं तथा अर्द्ध परिमाप $s = \frac{a+b+c}{2}$

☞ ONE LINER

1. सभी सर्वांगसम आकृतियाँ समरूप होती हैं।
2. सभी समरूप आकृतियाँ सर्वांगसम नहीं होती हैं।
3. दो सर्वांसम आकृतियों के आकार तथा आमाप समान होते हैं।
4. दो समरूप आकृतियों के आकार समान तथा आमाप असमान होते हैं।
5. सभी वर्ग, त्रिभुज और वृत्त समरूप होते हैं।
6. बेल्स प्रमेय को आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय भी कहा जाता है।
7. यदि एक रेखा किसी त्रिभुज की दो भुजाओं को एक ही अनुपात में विभाजित करे, तो यह रेखा तीसरी भुजा के समांतर होती है।
8. किसी त्रिभुज में दो भुजाओं के मध्य बिंदुओं को मिलाने वाली रेखा और तीसरी भुजा आपस में समांतर होते हैं।
9. दो समरूप त्रिभुजों में परिमाप का अनुपात = भुजा का अनुपात = शीर्षलंब का अनुपात
10. दो समरूप त्रिभुजों में क्षेत्रफल का अनुपात = (भुजा का अनुपात)² = (शीर्षलम्ब का अनुपात)²
11. बेल्स ने कहा था - दो समानकोणिक त्रिभुजों में उनकी संगत भुजाओं का अनुपात हमेशा समान होता है।
12. किसी समकोण त्रिभुज के शीर्ष से कर्ण पर खींचा गया लंब उसे दो समरूप त्रिभुजों में विभक्त करता है।
13. एक समकोण त्रिभुज में कर्ण का वर्ग शेष दो भुजाओं के वर्गों के योगफल के बराबर होता है।
14. कर्ण के सामने का कोण समकोण यानी 90° होता है।
15. किसी त्रिभुज के दो भुजाओं का योग तीसरी भुजा से बड़ा होता है।
16. त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।
17. चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

✳ 7. निर्देशांक ज्यामिति

❖ दो बिन्दुओं के बीच की दूरी = $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

❖ मूल बिंदु से दूरी = $\sqrt{x^2 + y^2}$

■ अंतः विभाजन सूत्र :

$$x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2}$$

■ मध्य बिंदु का निर्देशांक :

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

■ त्रिभुज के केन्द्रक का निर्देशांक :

$$x = \frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}$$

$$y = \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}$$

■ त्रिभुज के अंतः केंद्र का निर्देशांक :

$$x = \frac{ax_1 + bx_2 + cx_3}{a + b + c}$$

$$y = \frac{ay_1 + by_2 + cy_3}{a + b + c}$$

❖ त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल =

$$\frac{1}{2}[x_1(y_2 - y_3) + x_2(y_3 - y_1) + x_3(y_1 - y_2)]$$

❖ संरेख होने के लिए, $AB = AC + CB$ **अथवा** ΔABC का क्षेत्रफल = 0

☞ ONE LINER

1. किसी बिंदु के दो निर्देशांक होते हैं → (x, y)
2. x-निर्देशांक को भुज कहते हैं।
3. किसी बिंदु की y-अक्ष से लम्बिक दूरी को भुज कहते हैं।
4. y-निर्देशांक को कोटि कहते हैं।
5. किसी बिंदु की x-अक्ष से लम्बिक दूरी को कोटि कहते हैं।
6. x-अक्ष का समीकरण $y = 0$ होता है।
7. y-अक्ष का समीकरण $x = 0$ होता है।
8. x-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक (x, 0) होता है।
9. y-अक्ष पर स्थित किसी बिंदु का निर्देशांक (0, y) होता है।
10. x-अक्ष और y-अक्ष के कटान बिंदु को मूल बिंदु कहते हैं।
11. मूल बिंदु का निर्देशांक (0, 0) होता है।
12. प्रथम पाद में स्थित बिंदु (+, +) रूप का होता है।
13. द्वितीय पाद में स्थित बिंदु (-, +) रूप का होता है।
14. तृतीय पाद में स्थित बिंदु (-, -) रूप का होता है।
15. चतुर्थ पाद में स्थित बिंदु (+, -) रूप का होता है।
16. $x = 5$ समीकरण का आलेख y-अक्ष के समांतर होगा।
17. $y = 5$ समीकरण का आलेख x-अक्ष के समांतर होगा।
18. त्रिभुज का केन्द्रक माध्यिका को 2:1 के अनुपात में विभाजित करता है।

Scanned by CamScanner

✳ 8. त्रिकोणमिति का परिचय

➲ (1)

$sin\,\theta = \frac{p}{h}$ $cos\,\theta = \frac{b}{h}$ $tan\,\theta = \frac{p}{b}$

$cosec\,\theta = \frac{h}{p}$ $sec\,\theta = \frac{h}{b}$ $cot\,\theta = \frac{b}{p}$

➲ (2)

■ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ■ $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

➲ (3)

$sin\,\theta \times cosec\,\theta = 1$ $sin\,\theta = \frac{1}{cosec\,\theta}$ $cosec\,\theta = \frac{1}{sin\,\theta}$	$cos\,\theta \times sec\,\theta = 1$ $cos\,\theta = \frac{1}{sec\,\theta}$ $sec\,\theta = \frac{1}{cos\,\theta}$

◆$sin\,\theta \times cosec\,\theta = 1$ ◆$sin\,\theta = \frac{1}{cosec\,\theta}$ ◆$cosec\,\theta = \frac{1}{sin\,\theta}$

➲ (4)

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\sin^2\theta = 1 - \cos^2\theta$ $\sin\theta = \sqrt{1-\cos^2\theta}$ $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta$ $\cos\theta = \sqrt{1-\sin^2\theta}$	$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$ $\sec^2\theta = \tan^2\theta + 1$ $\sec\theta = \sqrt{\tan^2\theta + 1}$ $\tan^2\theta = \sec^2\theta - 1$ $\tan\theta = \sqrt{\sec^2\theta - 1}$	$\text{cosec}^2\theta - \cot^2\theta = 1$ $\text{cosec}^2\theta = \cot^2\theta + 1$ $\text{cosec}\,\theta = \sqrt{\cot^2\theta + 1}$ $\cot^2\theta = \text{cosec}^2\theta - 1$ $\cot\theta = \sqrt{\text{cosec}^2\theta - 1}$

➲ (5)

$\sin(90^0 - \theta) = \cos\theta$	$\cos(90^0 - \theta) = \sin\theta$
$\tan(90^0 - \theta) = \cot\theta$	$\cot(90^0 - \theta) = \tan\theta$
$\sec(90^0 - \theta) = \text{cosec}\,\theta$	$\text{cosec}(90^0 - \theta) = \sec\theta$

➲ (6)

$\sin 0^0 = 0$	$\cos 0^0 = 1$	$\tan 0^0 = 0$
$\text{cosec}\,0^0 = \infty$	$\sec 0^0 = 1$	$\cot 0^0 = \infty$
$\sin 30^0 = \frac{1}{2}$	$\cos 30^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\tan 30^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\text{cosec}\,30^0 = 2$	$\sec 30^0 = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\cot 30^0 = \sqrt{3}$
$\sin 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\cos 45^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\tan 45^0 = 1$
$\text{cosec}\,45^0 = \sqrt{2}$	$\sec 45^0 = \sqrt{2}$	$\cot 45^0 = 1$
$\sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60^0 = \frac{1}{2}$	$\tan 60^0 = \sqrt{3}$
$\text{cosec}\,60^0 = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sec 60^0 = 2$	$\cot 60^0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$
$\sin 90^0 = 1$	$\cos 90^0 = 0$	$\tan 90^0 = \infty$
$\text{cosec}\,90^0 = 1$	$\sec 90^0 = \infty$	$\cot 90^0 = 0$
$\sin 120^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 120^0 = \frac{-1}{2}$	$\tan 120^0 = -\sqrt{3}$
$\text{cosec}\,120^0 = \frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sec 120^0 = -2$	$\cot 120^0 = \frac{-1}{\sqrt{3}}$

☞ ONE LINER

1. त्रिकोणमिति में समकोण त्रिभुज का अध्ययन किया जाता है।
2. समकोण त्रिभुज में कर्ण के सामने का कोण समकोण होता है।
3. θ के मान में वृद्धि से $sin\,\theta$ के मान में वृद्धि होती है।
4. θ के मान में वृद्धि से $cos\,\theta$ के मान में कमी होती है।
5. $sin\,\theta$ का मान 0 से 1 के बीच होता है।
6. $cos\,\theta$ का मान 0 से 1 के बीच होता है।
7. $tan\,\theta$ का मान कोई भी वास्तविक संख्या हो सकती है।
8. $\theta = 45^0$ पर $sin\,\theta$ और $cos\,\theta$ दोनों बराबर होते हैं।
9. $\theta = 45^0$ पर $tan\,\theta$ और $cot\,\theta$ दोनों बराबर होते हैं।
10. त्रिकोणमिति में π का मान 180^0 होता है।
11. पूरक कोणों का योग 90^0 होता है।
12. समकोण त्रिभुज में दोनों न्यूनकोण पूरक होते हैं।

✳ 9. त्रिकोणमिति के कुछ अनुप्रयोग

☞ ONE LINER

1. नेत्र और वस्तु को मिलाने वाली रेखा को दृष्टि रेखा कहते हैं।
2. नेत्र से गुजरने वाली सीधी रेखा को क्षैतिज रेखा कहते हैं।
3. उन्नयन कोण क्षैतिज रेखा के ऊपर बनता है।
4. अवनमन कोण क्षैतिज रेखा के नीचे बनता है।

✳ 10. वृत्त

☞ ONE LINER

1. वृत्त के परिधि और व्यास का अनुपात π के बराबर होता है।
2. वृत्त की अनेक त्रिज्याएं और व्यास होती हैं।
3. वृत्त पर स्थित दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा खंड को जीवा कहते हैं।
4. वृत्त की सबसे बड़ी जीवा को व्यास कहते हैं।
5. जो रेखा वृत्त को केवल एक बिंदु पर स्पर्श करे, उसे स्पर्श रेखा कहते हैं।
6. किसी वृत्त की अनंत स्पर्श रेखाएं हो सकती हैं।
7. स्पर्श रेखा वृत्त को केवल एक बिंदु पर स्पर्श करती है।
8. स्पर्श रेखा और वृत्त के उभयनिष्ठ बिंदु को स्पर्श बिन्दु कहते हैं।
9. स्पर्श रेखा त्रिज्या पर लंब होता है।
10. स्पर्श रेखा और त्रिज्या के बीच 90^0 का कोण होता है।
11. किसी बाह्य बिंदु से वृत्त पर दो स्पर्श रेखाएं खींची जा सकती हैं।
12. बाह्य बिंदु से खींची गई दोनों स्पर्श रेखाओं की लंबाइयाँ बराबर होती हैं।
13. वृत्त को दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद करने वाली रेखा को छेदक रेखा कहते हैं।
14. व्यास के सिरों पर खींची गई स्पर्श रेखा समांतर होती है।
15. दो प्रतिच्छेदी वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या 2 होती है।
16. दो स्पर्श वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या 3 है।
17. दो अप्रतिच्छेदी वृत्तों की उभयनिष्ठ स्पर्श रेखाओं की संख्या 4 है।
18. एक ही वृत्त खंड में बने कोण समान होते हैं।
19. वृत्त के परिधि पर बना कोण केंद्र पर बने कोण का आधा होता है।
20. वृत्त के किन्हीं दो बिंदुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड को जीवा कहते हैं।
21. चक्रीय चतुर्भुज के सम्मुख कोणों का योग 180^0 होता है।
22. दो बराबर जीवा केंद्र से समदूरस्थ होती है।
23. अर्द्धवृत्त में बना कोण 90^0 का होता है।
24. वृत्त के केंद्र पर बना कोण 360^0 होता है।
25. अर्द्धवृत्त के केंद्र पर बना कोण 180^0 होता है।
26. यदि समांतर चतुर्भुज की भुजाएं एक वृत्त को स्पर्श करें तो समचतुर्भुज होगा।

✳11. [No Important Formula in this Chapter]

✳ 12. वृत्तों से संबंधित क्षेत्रफल

- ❖ $r = \frac{d}{2}$
- ❖ वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2
- ❖ वृत्त की परिधि = $2\pi r$
- ❖ चाप की लम्बाई $l = \frac{\theta}{360^\circ} \times 2\pi r = \frac{\pi r\theta}{180^\circ}$
- ❖ लघु त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\theta}{360^\circ} \times \pi r^2$
- ❖ दीर्घ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $\pi r^2 \left(\frac{360^\circ - \theta}{360^\circ}\right)$
- ❖ त्रिज्यखंड का परिमाप = $2r + l$
- ❖ वृत्तखंड का क्षेत्रफल = $\frac{\pi r^2\theta}{360^\circ} - \frac{1}{2}r^2 \sin\theta$
- ❖ वलय का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2)$
- ❖ अर्द्धवृत्त का परिमाप = $r(\pi + 2)$
- ❖ अर्द्धवृत्त का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2}\pi r^2$

Scanned by CamScanner

- चतुर्थांश का परिमाप = $r\left(\frac{\pi}{2}+2\right)$
- चतुर्थांश का क्षेत्रफल = $\frac{1}{4}\pi r^2$
- वृत्त के अंतःवर्ग का क्षेत्रफल = $2r^2$
- पहिये द्वारा तय की गई दूरी = परिधि × चक्करों की संख्या

☞ ONE LINER

1. वृत्त के परिधि और व्यास का अनुपात π के बराबर होता है।
2. π का मान $\frac{22}{7}$ या 3.14 होता है।
3. यदि वृत्त की त्रिज्या n गुणी करें, तो परिधि n गुणी हो जाएगी।
4. यदि वृत्त की त्रिज्या n गुणी करें, तो क्षेत्रफल n^2 गुणी हो जाएगी।
5. यदि वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल बराबर हैं, तो त्रिज्या 2 होगा।
6. किसी वृत्त के परिधि और क्षेत्रफल का अनुपात 2:r होता है।
7. वृत्त की सबसे बड़ी जीवा को व्यास कहते हैं।
8. वृत्त के केंद्र पर बना कोण 360^0 होता है।
9. घड़ी की सुई 1 मिनट में 6^0 का कोण बनाती है।
10. घड़ी की सुई 30 मिनट में 180^0 का कोण बनाती है।
11. घड़ी की सुई 1 घंटे में 360^0 का कोण बनाती है।
12. जीवा और संगत चाप से घिरा क्षेत्र वृत्तखंड कहलाता है।
13. दो त्रिज्याओं और संगत चाप से घिरा क्षेत्र त्रिज्यखंड कहलाता है।

✳ 13. पृष्ठीय क्षेत्रफल और आयतन

◆ [घन]

- घन के एक पृष्ठ का क्षेत्रफल = a^2
- घन के आधार का क्षेत्रफल = a^2
- घन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $6a^2$
- घन का आयतन = a^3
- घन का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4a^2$
- घन के विकर्ण की लम्बाई = $\sqrt{3}a$

◆ [घनाभ]

- घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(lb+bh+hl)$
- घनाभ का आयतन = lbh
- घनाभ का पार्श्व पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2(l+b)h$
- घनाभ के चारों दीवारों का क्षेत्रफल = $2(l+b)h$
- घनाभ के विकर्ण की लम्बाई = $\sqrt{l^2+b^2+h^2}$

◆ [बेलन]

- बेलन के आधार का क्षेत्रफल = πr^2
- बेलन का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi rh$
- बेलन का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r(r+h)$

फलक	4
शीर्ष	8
किनारा	12
शीर्ष	6

- बेलन का आयतन = $\pi r^2 h$
- खोखले बेलन का आयतन = $\pi h(R^2-r^2)$

◆ [शंकु]

- शंकु के आधार का क्षेत्रफल = πr^2
- शंकु का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = πrl
- शंकु का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi r(r+l)$
- शंकु का आयतन = $\frac{1}{3}\pi r^2 h$

$$l^2 = h^2 + r^2$$

◆ [गोला]

- गोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $4\pi r^2$
- गोले का आयतन = $\frac{4}{3}\pi r^3$

◆ [अर्द्धगोला]

- अर्द्धगोले के आधार का क्षेत्रफल = πr^2
- अर्द्धगोले का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $2\pi r^2$
- अर्द्धगोले का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $3\pi r^2$
- अर्द्धगोले का आयतन = $\frac{2}{3}\pi r^3$

◆ [शंकु का छिन्नक]

$$l = \sqrt{(R-r)^2+h^2}$$

- शंकु के छिन्नक का वक्र पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi(R+r)l$
- शंकु के छिन्नक का सम्पूर्ण पृष्ठीय क्षेत्रफल = $\pi(R+r)l+\pi R^2+\pi r^2$
- शंकु के छिन्नक का आयतन = $\frac{1}{3}\pi h(R^2+r^2+Rr)$

✳ 14. सांख्यिकी

- **माध्य (Mean):**
- (प्रत्यक्ष विधि) माध्य $\bar{x} = \frac{\sum fx}{\sum f}$
- (कल्पित माध्य विधि) माध्य $\bar{x} = a + \frac{\sum fd}{\sum f}$
- (पग विचलन विधि) माध्य $\bar{x} = a + \left(\frac{\sum fu}{\sum f}\right) \times h$

◆ बहुलक (Mode) $= l + \left(\frac{f_1 - f_0}{2f_1 - f_0 - f_2}\right) \times h$

l = बहुलक वर्ग की निम्न सीमा

f_0 = बहुलक वर्ग से ठीक पहले के वर्ग की बारंबारता

f_1 = बहुलक वर्ग की बारंबारता

f_2 = बहुलक वर्ग के ठीक बाद के वर्ग की बारंबारता

h = वर्ग माप

◆ माध्यक (Median) $= l + \left(\frac{\frac{n}{2} - cf}{f}\right) \times h$

l = माध्यक वर्ग की निम्न सीमा n = कुल बारंबारता

f = माध्यक वर्ग की बारंबारता

cf = माध्यक वर्ग के ठीक पहले के वर्ग की संचयी बारंबारता

h = वर्ग माप

☞ ONE LINER

1. माध्य निकलने की 3 विधियां हैं।
2. केंद्रीय प्रवृत्ति की सबसे उपयुक्त माप माध्य है।
3. वर्ग के मध्य बिंदु को वर्ग चिन्ह कहते हैं।
4. वर्ग के उच्च सीमा और निम्न सीमा के अंतर को वर्ग माप/ चौड़ाई कहते हैं।
5. अधिकतम बारंबारता वाले प्रेक्षण को बहुलक कहते हैं।
6. प्रेक्षणों के ठीक बीच का मान माध्यक होता है।
7. संचयी बारंबारता वक्र को तोरण भी कहते हैं।
8. तोरण की सहायता से माध्यक का मान निकाला जाता है।
9. तोरण खींचने के लिए वर्ग अंतराल अपवर्जी होनी चाहिए।
10. तोरण खींचते समय संचयी बारंबारता को y-अक्ष पर लेते हैं।
11. तोरण खींचते समय वर्गों के उच्च सीमा या निम्न सीमा को x-अक्ष पर लेते हैं।
12. अधिक बारंबारता वाले वर्ग को बहुलक वर्ग कहते हैं।
13. 'से कम प्रकार का' तोरण ऊपर की ओर होता है।
14. 'से अधिक प्रकार का' तोरण नीचे की ओर होता है।

✳ 15. प्रायिकता

- $P(E) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल संभव परिणामों की संख्या}}$
- $0 \le P(E) \le 1$
- $P(E) + P(\bar{E}) = 1$

☞ ONE LINER

1. एक सिक्का फेंकने पर कुल संभव परिणाम 2 होते हैं।
2. दो सिक्के फेंकने पर कुल संभव परिणाम 4 होते हैं।
3. एक पासा फेंकने पर कुल संभव परिणाम 6 होते हैं।
4. दो पासा फेंकने पर कुल संभव परिणाम 36 होते हैं।
5. ताश की गड्डी में कुल संभव परिणाम 52 होते हैं।
6. किसी घटना की प्रायिकता 0 से 1 के बीच होती है।
7. किसी घटना की प्रायिकता ऋणात्मक (-) नहीं हो सकती है।
8. किसी घटना की प्रायिकता 1 से ज्यादा नहीं हो सकती है।
9. एक पास फेंकने पर सम संख्या या विषम संख्या या अभाज्य संख्या आने की प्रायिकता $\frac{1}{2}$ होती है।
10. भाज्य संख्या आने की प्रायिकता $\frac{1}{3}$ होती है।
11. असंभव घटना की प्रायिकता 0 होती है।
12. निश्चित घटना की प्रायिकता 1 होती है।
13. किसी घटना की प्रायिकता का अधिकतम मान 1 होता है।
14. किसी घटना की प्रायिकता का न्यूनतम मान 0 होता है।
15. गुलाम, बेगम और बादशाह के पत्तों को फेस कार्ड कहा जाता है।
16. ताश की एक गड्डी में कुल 12 फेस कार्ड होते हैं।
17. प्रायोगिक प्रायिकता का मान $\frac{1}{2}$ होता है।
18. किसी प्रयोग की सभी प्रारंभिक घटनाओं का योग 1 होता है।

✦ बहुलक = 3 × माध्यक − 2 × माध्य ✦ वर्ग (a-b) का वर्ग चिन्ह = $\frac{a+b}{2}$ ✦ वर्ग चिन्ह = $\frac{\text{ऊपर की सीमा + नीचे की सीमा}}{2}$

Scanned by CamScanner